

Durée : 4 h	Physique Appliquée	Coefficient : 3
BTS 2010	Système d'aspiration centralisée	Métropole
Calculatrice autorisée	<i>MécaFlu MAS Harmoniques Puissances Transfotri</i>	Correction

A. Dimensionnement du moto-ventilateur.....	1
A.1. Aspiration sur le groupe de perçage Biesse	1
A.2. Pression dans la gaine centrale.....	1
A.3. Puissance du moto-ventilateur.....	2
B. Amélioration du bilan énergétique.....	4
B.1. Choix de la pression et gain en puissance	4
B.2. Mode d'alimentation du moteur asynchrone.....	4
C. Conséquences de l'utilisation du variateur de vitesse.....	7
D. Mise en parallèle d'un deuxième transformateur	9
D.1. Caractéristiques du transformateur existant	9
D.2. Mise en parallèle du deuxième transformateur	10

A. Dimensionnement du moto-ventilateur

A.1. Aspiration sur le groupe de perçage Biesse

A.1.1. Le débit volumique est donné par

$$Q_{b1} = S \cdot v_b = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 \cdot v_b$$

$$Q_{b1} = \pi \left(\frac{0,08}{2} \right)^2 \cdot 25 = 0,125$$

Une bouche de diamètre 80 mm où circule un fluide à une vitesse de 25 m/s a un débit $Q_{b1} = 0,125 \text{ m}^3/\text{s}$

A.1.2. Ramené en m³/h : $Q_{b1} = 0,125 \times 3600 = 452 \text{ m}^3/\text{h}$

Une bouche de diamètre 80 mm où circule un fluide à une vitesse de 25 m/s a un débit $Q_{b1} = 452 \text{ m}^3/\text{h}$

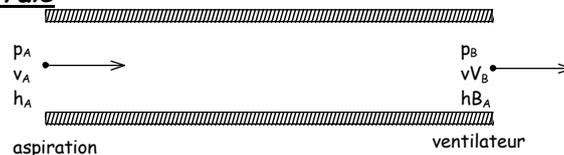
A.1.3. Pour une bouche de 100 mm $Q = \pi \left(\frac{0,1}{2} \right)^2 \cdot 25 \times 3600 = 706,8 \text{ m}^3/\text{h}$

Donc pour les 28 bouches de 80 mm et les 2 bouches de 100 mm

$$Q_1 = 2 \times Q + 28 \times Q_{b1} = 2 \times 706,8 + 28 \times 452 = 14080 \text{ m}^3/\text{h}$$

Donc le débit de l'ensemble du groupe Biesse est $Q_1 = 14080 \text{ m}^3/\text{h}$

A.2. Pression dans la gaine centrale



A.2.1. les hauteurs sont les mêmes $h_A = h_B$ donc $h_A - h_B = 0$

Le débit se conserve et la section ne varie pas donc les vitesses sont les mêmes donc $v_A - v_B = 0$

L'équation de Bernoulli revient donc à $p_A - p_B = 0$

Donc la différence de pression est nulle

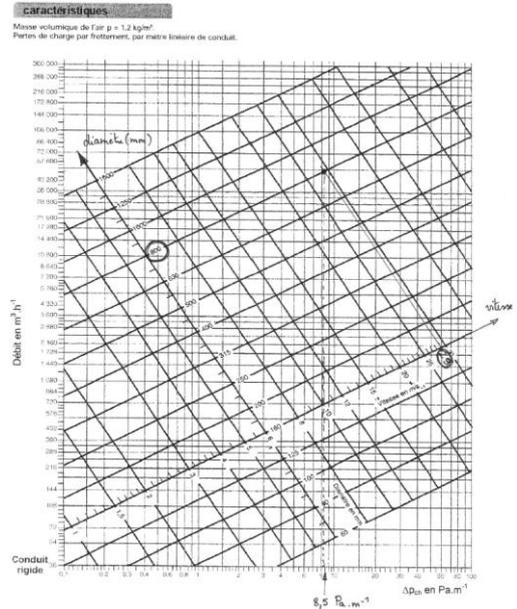
A.2.2. On lit sur l'abaque une perte de charge

(quadrillage oblique : diamètre 800 mm et vitesse de 29 m/s) de 8,5 Pa/m donc pour une conduite de 125 m

$$\Delta p_{ch} = 125 \times 8,5 = 1062$$

Les pertes de charges régulières liées au type de tuyau et à la vitesse de circulation du fluide valent

$$\Delta p_{ch} = 1062 \text{ Pa}$$



A.2.3. Comme $h_A=h_B$ et $v_A=v_B$ la différence de pression est due aux pertes de charges évaluées précédemment ($\Delta p_{ch} = 1062 \text{ Pa}$)

Donc $p_A - p_B = 1060 \text{ Pa}$

Donc $p_B = p_A - 1060 = 940 \times 100 - 1060 = 92940 \text{ Pa}$

Donc la pression au point B est $p_B = 92940 \text{ Pa}$

A.3. Puissance du moto-ventilateur

A.3.1. $P_{vent} = \Delta p \cdot Q_t$

Or dans l'équation de Bernoulli chaque grandeur est homogène à des $J \cdot m^{-3}$ donc Δp est homogène à des $[J][m^{-3}]$

Donc

$$P_{vent} = \Delta p \cdot Q_t$$

$$[W] = [J] \cdot [m^{-3}] \cdot [m^3] \cdot [s^{-1}]$$

$$[W] = [J] \cdot [s^{-1}] = [W]$$

Les deux termes de l'égalité sont bien homogènes.

A.3.2. Le réseau Célashi a un débit total de $52500 \text{ m}^3/\text{h}$ (donnée du sujet) soit un débit

$$Q_t = \frac{52600}{3600} = 14,58 \text{ m}^3/\text{s}$$

Pour ce débit Q_t de $14,58 \text{ m}^3/\text{s}$ la puissance de la ventilation nécessaire est donnée par

$$P_{vent} = \Delta p \cdot Q_t = 5280 \times 14,6 = 77,1 \cdot 10^3$$

Donc la puissance nécessaire à la ventilation est $P_{vent} = 77,1 \text{ kW}$

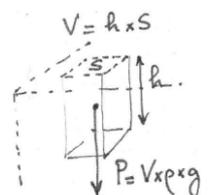
A.3.3.

Une colonne d'eau exerce une pression $p = \frac{P_{colonne \text{ d'eau}}}{S_{colonne \text{ d'eau}}} = \frac{\rho \times h \times S \times g}{S} = \rho g h$

Donc $p = \rho g h$

Si $h = 1 \text{ mm}$ alors $p = 1000 \times 9,81 \times 1 \cdot 10^{-3} = 9,81$

Donc 1 mm de Colonne d'Eau exerce une pression de 9,81 Pa



A.3.4.

Lecture sur l'abaque : au débit de $14,6 \text{ m}^3/\text{s}$ correspond sur la courbe à plein régime un

$$\Delta p = 540 \text{ mmCE}$$

Soit un Δp ramené en Pascals

$$\Delta p = 540 \times 9.81 = 5297$$

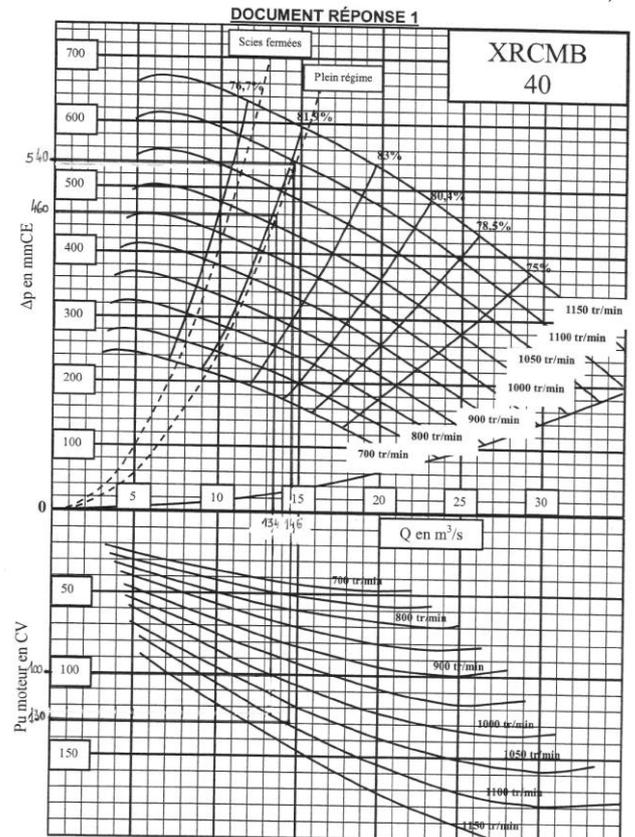
On trouve donc une différence de pression générée par la pompe de 5297 Pa que l'on approximera à 5280 Pa ce qui correspond bien au résultat précédent.

A.3.5. La vitesse de rotation du ventilateur correspondante est $n_v = 1100 \text{ tr/min}$

A.3.6. Pour cette vitesse de rotation de 1100 tr/min et pour un débit de $14,6 \text{ m}^3/\text{s}$ la puissance utile correspondante est de 130 CV soit

$$P_u = 130 \times 736 = 95,7 \text{ kW}$$

La puissance utile est de $P_u = 95,7 \text{ kW}$



B. Amélioration du bilan énergétique

B.1. Choix de la pression et gain en puissance

B.1.1. Au débit de 13,4 m³/s à plein régime correspond un $\Delta p' = 460$ mmCE soit $\Delta p' = 4512$ Pa et une vitesse de rotation d'environ 1000 tr/min.

B.1.2. Pour cette vitesse et $Q = 13,4$ m³/s on lit $P_u = 100$ CV soit $P_u = 73600$ W et en tenant compte du rendement

$$P'_E = \frac{P'_u}{\eta} = \frac{73,6}{0,9} = 81,7 \text{ kW} . \text{ La puissance électrique nécessaire est } P'_E = 81,7 \text{ kW} .$$

B.1.3. En fonctionnement nominal $P_E = \frac{P_u}{\eta} = \frac{96}{0,935} = 102,6 \text{ kW}$ donc $\Delta P_E = 102,6 - 81,7 = 21 \text{ kW}$. La variation

$$\text{de puissance électrique est } \Delta P_E = 21 \text{ kW}$$

B.2. Mode d'alimentation du moteur asynchrone

Modèle par phase de la machine asynchrone

B.2.1. R_f modélise la puissance perdue dans le fer

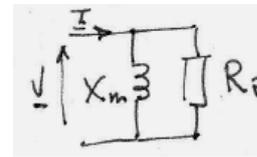
R modélise la puissance électromagnétique au niveau du rotor

B.2.2. Comme pour l'essai à vide $n_0 = 1500$ tr/min alors $g = 0$

A vide le modèle équivalent est donc

$$\text{Donc } P_0 = 3 \frac{V^2}{R_f} \Rightarrow R_f = 3 \frac{V^2}{P_0} = 3 \frac{230^2}{5100} = 31,1 \Omega$$

La résistance modélisant les pertes fer est $R_f = 31,1 \Omega$



B.2.2. (bis) Autre méthode plus compliquée

En se servant de l'essai en charge nominale

Le modèle utilisé est donc

Modèle utilisé:

$$R = r/g = \frac{0,015}{\frac{1500 - 1484}{1500}} = 1,406 \Omega$$

La puissance mesurée au stator $P = 116$ kW correspond aux puissances actives consommées par R_f et R donc

$$P = 3 \frac{V^2}{R_f} + 3RI'^2 \text{ or } I' = \frac{V}{\sqrt{X^2 + R^2}} = \frac{230}{\sqrt{0,167^2 + 1,406^2}} = 162,4 \text{ A}$$

$$\text{Donc } R_f = \frac{3 \times V^2}{P - 3RI'^2} = 33,8 \Omega \text{ donc } R_f = 33,8 \Omega$$

Puissance transmise au rotor

$$B.2.3. P_{tr} = 3RI'^2 = 3 \frac{r}{g} I'^2 \text{ donc } P_{tr} = 3 \frac{r}{g} I'^2$$

B.2.4. Un bilan des puissance du moteur asynchrone donne

$$P_{tr} = P_u + \underbrace{P_{méca} + P_{fer}}_0 + \underbrace{P_{jr}}_{gP_{tr}}$$

$$\text{donc avec les simplifications } P_{tr} = P_u + gP_{tr}$$

$$\text{donc en factorisant par } P_{tr} \quad P_{tr}(1 - g) = P_u$$

$$\text{Comme } P_u = T_u \Omega = P_{tr}(1 - g) \text{ on en déduit } P_{tr} = \frac{T_u \Omega}{1 - g} = \frac{T_u \Omega}{1 - \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}} = \frac{T_u \Omega}{\frac{\Omega_s - \Omega_s + \Omega}{\Omega_s}} = \frac{T_u \Omega}{\Omega_s - \Omega_s + \Omega}$$

$$\text{En remplaçant } g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \text{ on obtient } P_{tr} = \frac{T_u \Omega}{1 - g} = \frac{T_u \Omega}{1 - \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}} = \frac{T_u \Omega}{\frac{\Omega_s - \Omega_s + \Omega}{\Omega_s}} = \frac{T_u \Omega}{\Omega_s - \Omega_s + \Omega} = T_u \Omega_s$$

$$\text{Donc } P_{tr} = T_u \Omega_s$$

B.2.5. A l'aide des deux résultats précédents : $P_{rr} = 3 \frac{r}{g} I'^2$ et $P_{rr} = T_u \Omega_s$ on en déduit que $3 \frac{r}{g} I'^2 = T_u \Omega_s$ soit

$$T_u = 3 \frac{r}{g} \frac{I'^2}{\Omega_s}$$

Couple utile

B.2.6. $X = 0,167 \Omega \square \frac{r}{g} = \frac{0,015}{0,02} = 0,75$ le caractère négligeable de X n'est pas vraiment vérifié.

B.2.7. Strictement $I' = \frac{V}{\sqrt{X^2 + R^2}} = \frac{V}{\sqrt{X^2 + \left(\frac{r}{g}\right)^2}}$ donc en faisant l'approximation proposée précédemment

$$I' \approx \frac{V}{\sqrt{\left(\frac{r}{g}\right)^2}} = \frac{V}{r/g} \text{ soit } I' = \frac{V}{r/g}$$

B.2.8. Donc en utilisant le résultat du B.2.5. $T_u = 3 \frac{r}{g} \frac{I'^2}{\Omega_s}$ et celui du B.2.7. $I' = \frac{V}{r/g}$ on peut facilement établir

l'expression : $T_u = 3 \frac{r}{g} \frac{\left(\frac{V}{r/g}\right)^2}{\Omega_s} = 3 \frac{V^2}{g \Omega_s r^2 / g^2} = 3 \frac{g V^2}{r \Omega_s}$ et en se servant du fait que $g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$

$$T_u = 3 \frac{\Omega_s - \Omega}{r \Omega_s} V^2 = 3 \frac{V^2}{r \Omega_s^2} (\Omega_s - \Omega) \text{ soit en convertissant les rad/s en tr/min } \Omega = \frac{2\pi}{60} n \text{ on trouve bien}$$

l'expression demandée : $T_u = 3 \frac{V^2}{r \Omega_s^2} \frac{2\pi}{60} (n_s - n)$ avec $K = 3 \frac{V^2}{r \Omega_s^2} \frac{2\pi}{60}$

B.2.9. Pour que K soit constant, il faut que $\frac{V^2}{\Omega_s^2}$ soit constant soit $C^{te} = \frac{V}{\Omega_s} = \frac{V}{\frac{2\pi}{60} n_s} = \frac{V}{\frac{2\pi f}{60 p}} = \frac{60p}{2\pi} \times \frac{V}{f}$ donc il

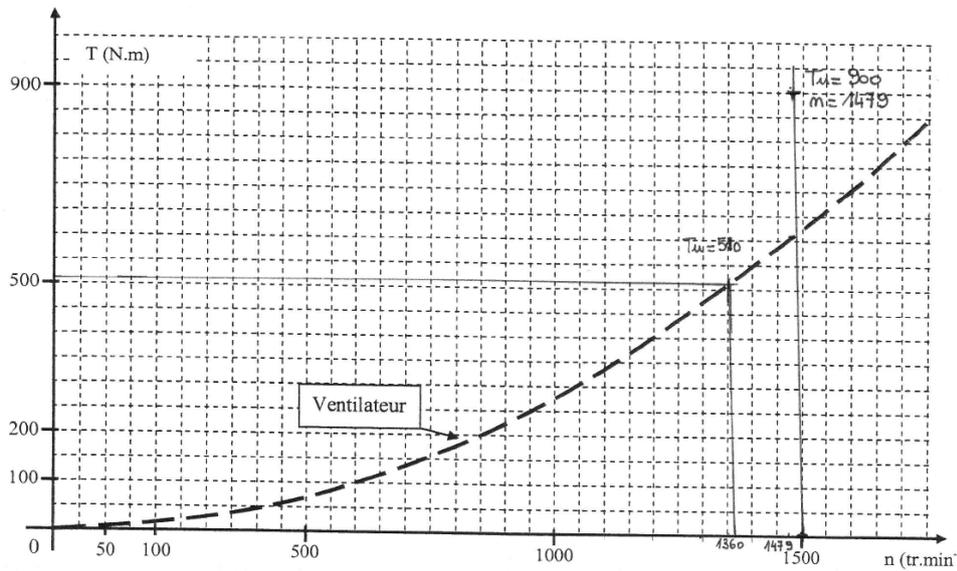
faut que $\frac{V}{f} = C^{te}$

B.2.10. $K = 3 \frac{V^2}{r \Omega_s^2} \frac{2\pi}{60} = 3 \frac{230^2}{0,015 \times \left(1500 \frac{2\pi}{60}\right)^2} \frac{2\pi}{60} = 44,9$ donc $K=44,9$ donc $T_u = 44,9 \times (n_s - n)$

Point de fonctionnement

B.2.11. Si $T_u = 0$ alors $n = n_s$

Si $T_u = 900$ alors $n = n_s - \frac{T_u}{44,9} = 1500 - \frac{900}{44,9} = 1479 \text{ tr/min}$



B.2.12. Si le variateur réduit la fréquence des tensions (ainsi que la valeur efficace des tensions de façon proportionnelle) la droite de charge du moteur se déplace parallèlement à celle tracée pour $f = 50$ Hz

B.2.13. Si la fréquence diminue, le débit d'air diminue.

B.2.14. Si T_u est fixé à 510 Nm, la fréquence de synchronisme est d'environ 1360 tr/min soit une fréquence de

$$50 \times \frac{1360}{1500} \text{ soit } \boxed{f_1 = 45,3 \text{ Hz}}$$

C. Conséquences de l'utilisation du variateur de vitesse

Analyse des courants absorbés par le variateur

C.1. La lecture de l'oscillogramme donne $I = 196,1 \text{ A}$.

I_{\max} peut être lu sur le graphique $I_{\max} \approx 600 \text{ A}$

On on le détermine avec la valeur du facteur de crête : 3,0 CF défini par $CF = f_c = \frac{I_{\max}}{I}$ donc

$I_{\max} = CF \times I = 3 \times 196,1 = 588,3 \text{ A}$ donc par cette méthode plus précise $I_{\max} = 588 \text{ A}$

C.2. La lecture du spectre nous renseigne sur le valeur efficace (pas évident : sans confirmation avec la valeur du THD cela pourrait être la valeur crête donc l'amplitude) du fondamental : $I_1 = 139,9 \text{ A}$

C.3. La lecture du spectre nous renseigne sur le pourcentage du fondamental de chaque harmonique.

On détermine le pourcentage en mesurant la hauteur du fondamental, l'on mesure ensuite chaque harmonique et l'on fait le rapport de la longueur de l'harmonique sur celle du fondamental

Harmonique	rang	fréquence	% de I_1	Valeur efficace
I_5	5	250	64	90 A
I_7	7	350	54	76 A
I_{11}	11	550	32	45 A
I_{13}	13	650	24	34 A

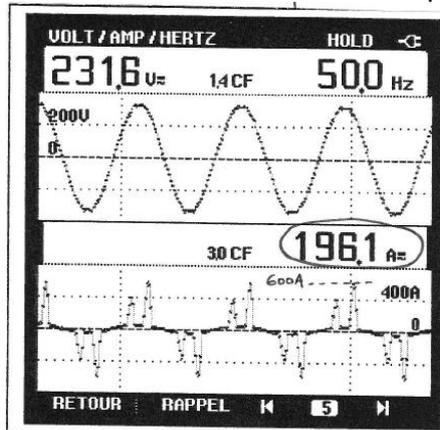
C.4. La définition du THD est strictement $THD = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + I_5^2 \dots}}{I_1} = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I_1}$.

En ne comptabilisant que les 4 harmoniques principaux, on fait une légère erreur qui mène au résultat

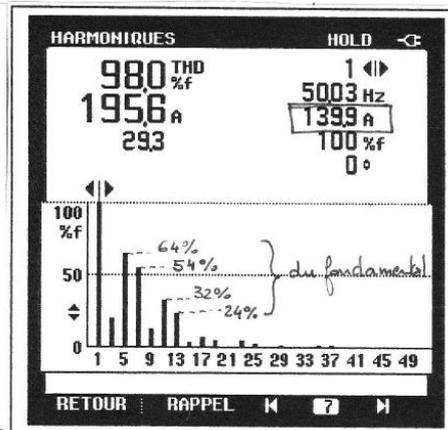
$$THD = \frac{\sqrt{I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{90^2 + 76^2 + 45^2 + 34^2}}{139,9} = 93,3\%$$

Si l'on effectue un calcul plus rigoureux $THD = \frac{\sqrt{195,6^2 - 139,9^2}}{139,9} = 97,7\%$

Dans les deux cas, le résultat est proche des 98 % annoncés par l'appareil.



Écran 1

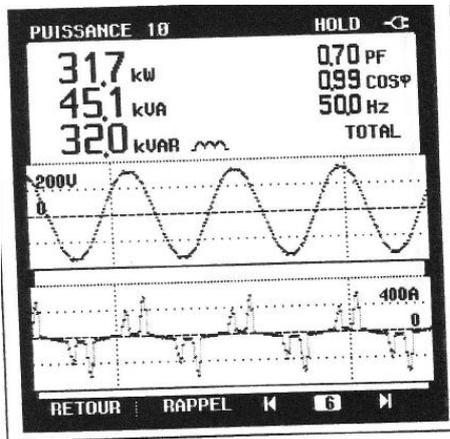


Écran 3

C.5. Pour réduire les harmoniques de courants un filtrage est nécessaire (circuit bouchon en série accordé sur le fondamental)

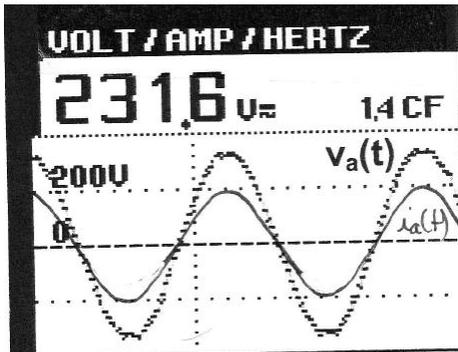
Conséquence sur les puissances

C.6. Le facteur de déplacement $\cos\varphi = 0,99$ soit un déphasage très faible de 8°



Écran 2

L'allure du fondamental est donc



C.7. La puissance $P = VI_1 \cos \varphi_1 = 230 \times 139,9 \times 0,99 = 31850$

La puissance mesurée par l'appareil est $P = 31,7 \text{ kW}$ proche de ce que l'on peut vérifier par le calcul $P = 31,8 \text{ kW}$.

(Remarque : pas coefficient 3 car la mesure est faite en monophasé)

La puissance réactive réelle est

$$Q = VI_1 \sin(\arccos \varphi_1) = 4540 \text{ VAR}$$

Mais l'appareil donne une puissance réactive qui contient Q et D donc il faut d'abord trouver S pour trouver ce que mesure l'appareil.

$$\text{Donc } S = VI = 230 \times 196,1 = 45100 \text{ VA}$$

La puissance apparente que mesure l'appareil est $S = 45,1 \text{ kVA}$.

En présence de puissance déformante $S^2 = P^2 + Q^2 + D^2$, donc comme l'appareil mesure Q et D, le

$$\text{résultat de la mesure est } \sqrt{Q^2 + D^2} = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{45,1^2 - 31,8^2} = 31,9 \text{ kVAR}.$$

Ce qu'indique l'appareil et notre calcul concordent bien.

C.8. On en déduit la puissance déformante. On sait que $\sqrt{Q^2 + D^2} = 31,9 \text{ kVAR}$ or $Q = 4,57 \text{ kVAR}$

$$\text{Donc } D = \sqrt{31,9^2 - 4,57^2} = 31,6 \text{ kVAd}$$

La puissance déformante est donc $D = 31,6 \text{ kVAd}$

C.9. $f_p = \frac{P}{S} = \frac{31,8}{45,1} = 0,7$ On retrouve bien le résultat de la mesure

La valeur du f_p est plus faible que la $\cos \varphi$ car il témoigne de la présence de puissance déformante

D. Mise en parallèle d'un deuxième transformateur

D.1. Caractéristiques du transformateur existant

$$D.1.1. I_{1n} = \frac{S}{\sqrt{3} \times U_{1n}} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 20 \cdot 10^3} = 11,54 \text{ donc } \boxed{I_{1n} = 11,54 \text{ A}}$$

$$I_{2n} = \frac{S}{\sqrt{3} \times U_{2n}} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \times 400} = 577 \text{ donc } \boxed{I_{2n} = 577 \text{ A}}$$

$$D.1.2. \text{ Le rapport de transformation est défini par } m = \frac{U_{20}}{U_{1n}} = \frac{413}{20 \cdot 10^3} = 0,02065$$

D.1.3. Le modèle donné étant celui d'une phase, P_{1CC} est consommé par les trois résistances R_S de chaque phase.

$$P_{1CC} = 3R_S I_{2CC}^2 \text{ donc } R_S = \frac{P_{1CC}}{3 \times I_{2CC}^2} = \frac{4595}{3 \times 577^2} = 4,6 \cdot 10^{-3}$$

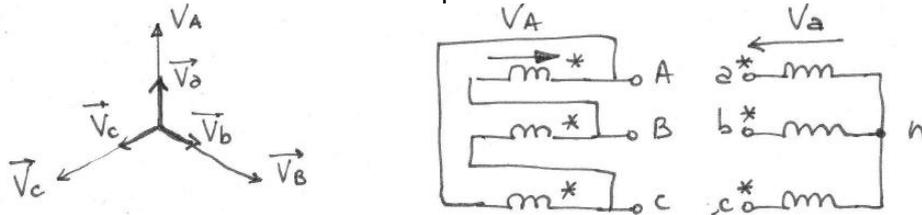
La résistance R_S d'une phase du transformateur vu du secondaire vaut $\boxed{R_S = 4,6 \text{ m}\Omega}$

$$\text{Remarque : On peut retrouver la donnée du texte : } Z_S = \frac{m V_{1CC}}{I_{2CC}} = \frac{0,02065 \times 774 / \sqrt{3}}{577} = 15,9 \cdot 10^{-3} \text{ et}$$

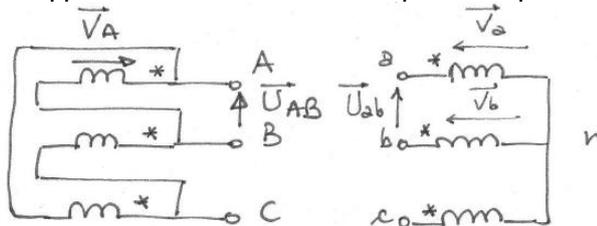
$$X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{(15,9 \cdot 10^{-3})^2 - (4,6 \cdot 10^{-3})^2} = 15,3 \cdot 10^{-3}. \text{ On retrouve bien } X_S = 15,3 \text{ m}\Omega$$

D.1.4. Le schéma nous indique que la tension aux bornes de l'enroulement A pointant sur la borne homologe est en phase avec celle de l'enroulement a pointant sur la borne homologe.

On peut donc tracer les vecteurs de Fresnel du primaire et du secondaire



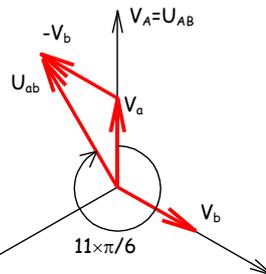
La détermination de l'indice horaire consiste à déterminer le déphasage d'une tension composée (ou simple) du secondaire : U_{ab} par rapport à la même tension composée du primaire : U_{AB}



La loi des mailles au primaire donne $\vec{U}_{AB} = \vec{V}_A$

La loi des mailles au secondaire donne $\vec{U}_{ab} = \vec{V}_a - \vec{V}_b$

La construction graphique de ces deux tensions donne :



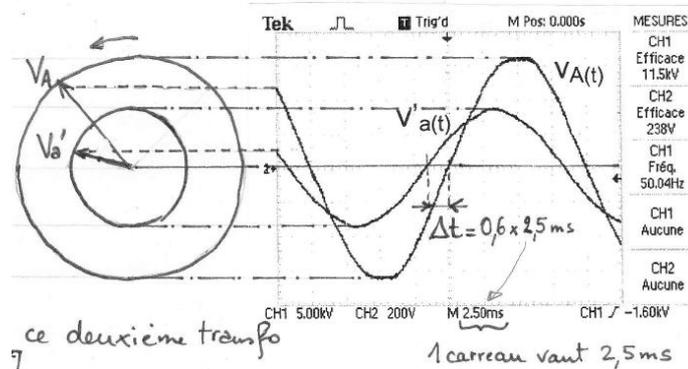
L'indice horaire est donné par le nombre de fois $\pi/6$ (ou 30°) (équivalent à une heure) compté dans le sens horaire qu'il faut tourner pour aller de \vec{U}_{AB} à \vec{U}_{ab}

Dans notre cas l'indice horaire est donc $\boxed{h=11}$

D.2. Mise en parallèle du deuxième transformateur

D.2.1. Le déphasage entre deux courbes est $\Delta\varphi = 360 \frac{\Delta t}{T} = 360 \frac{0,6 \times 2,5}{20} \approx 30^\circ$.

Le déphasage $\varphi_{V_a'/V_A} \approx +30^\circ$ dans le sens trigonométrique soit un angle de -30° compté dans le sens horaire soit $11 \times 30^\circ$ (période 360°)
Donc l'indice horaire de ce deuxième transformateur est $h=11$



D.2.2. Donc les deux transformateurs mis en parallèles ont bien le même indice horaire ($h=11$) et le même rapport de transformation (ils sont tous les deux 20kV/400V)

Remarque : il faudrait aussi qu'ils aient le même R_S et le même X_S