

### Partie C : Etude des tensions de sortie de l'onduleur

#### I.

##### 1.

– Quand  $K_1$  et  $K_3$  sont fermés, c'est-à-dire entre 0 et  $\frac{T}{2}$  :  $v_{MN}(t) = U_B$ .

– Quand  $K_2$  et  $K_4$  sont fermés, entre  $\frac{T}{2}$  et  $T$  :  $v_{MN}(t) = -U_B$ .

On obtient alors une tension alternative en créneau (cf. document réponse 1.a).

2. Le carré de la valeur efficace est la valeur moyenne de  $v_{MN}^2(t)$ .

Or  $v_{MN}^2(t) = U_B^2 = \text{constante}$  sur toute la période. Donc :  $\langle v_{MN}^2(t) \rangle = U_B^2$ . On a alors :

$$V_{MN} = \sqrt{\langle v_{MN}^2(t) \rangle} = U_B$$

#### II.

1. Le fondamental correspond à la sinusoïde de même fréquence que le signal soit :

$$v_1(t) = \frac{4U_B}{\pi} \sin(\omega t)$$

Sa valeur efficace vaut :

$$V_1 = \frac{4U_B}{\sqrt{2}\pi}$$

2. Il suffit d'injecter  $V_1 = 115 \text{ V}$  dans la formule précédente. On obtient :

$$U_B = \frac{\sqrt{2} \times \pi \times 115}{4} = 128 \text{ V}$$

$$U_B = 128 \text{ V}$$

3. On va appliquer la formule (2) donnée dans le texte, avec  $V_1 = 115 \text{ V}$  et

$$V_{MN} = 128 \text{ V. Ce qui donne : } d_g = \frac{\sqrt{128^2 - 115^2}}{115}$$

$$d_g = 0,48$$

### III.

1. Cf. document réponse 1b.

2. Comme on l'a vu question I.2 de la 3<sup>ème</sup> partie, le carré de la valeur efficace est la valeur moyenne de  $v_{MN}^2(t)$ . Sur le document 1b, on a représenté  $v_{MN}(t)$ . On constate que  $v_{MN}^2(t)$  est paire et de plus symétrique par rapport à  $\frac{T}{4}$ . On a alors :

$$\langle V_{MN}^2 \rangle = \frac{4 \text{Aire(entre 0 et } \frac{T}{4})}{T} = \frac{4}{T} U_B^2 ((90 - \alpha_5) + (\alpha_4 - \alpha_3) + (\alpha_2 - \alpha_1)) \frac{T}{360}$$

Rappel : l'intervalle de temps correspondant à un angle  $\alpha$  est  $\frac{\alpha T}{360}$  (s) (car les angles sont en degrés). On a donc :

$$V_{MN} = \sqrt{\langle v_{MN}^2(t) \rangle} = 2U_B \sqrt{\frac{(90 + \alpha_2 + \alpha_4 - \alpha_1 - \alpha_3 - \alpha_5)}{360}}$$

3. Le fondamental est la sinusoïde de même fréquence que le signal soit :

$$v_1(t) = \underbrace{\frac{4U_B}{\pi}}_{\text{valeurmax}} \times 0,802 \sin(\omega t)$$

On obtient la valeur efficace  $V_1$  en divisant la valeur max par  $\sqrt{2}$ , d'où :

$$V_1 = \frac{4U_B}{\sqrt{2}\pi} \times 0,802$$

### Partie D : Filtre de sortie de l'onduleur

I. Etude de l'action du filtre sur le fondamental

1. La tension aux bornes de la résistance R vaut 115V, la puissance dissipée est :

$$P = 1 \text{ kW} = \frac{115^2}{R}$$

On en déduit :

$$R = \frac{115^2}{1000} = 13,2 \Omega$$

2.  $V_{s1}$  est la valeur efficace du fondamental de  $V_s$ . Le filtre LC impose pour le fondamental la relation  $V_{s1} = 1,06 V_1$ . De plus, on a établi dans la 3<sup>ème</sup> partie, question

III.3. :  $V_1 = \frac{4U_B}{\sqrt{2}\pi} \times 0,802$ . Il résulte de ces deux égalités que :

$$V_{s1} = 1,06 \frac{4U_B}{\sqrt{2}\pi} 0,802$$

Soit :

$$U_B = \frac{\sqrt{2}\pi V_{s1}}{0,802 \times 4 \times 1,06}$$

Application numérique :  $U_B = \frac{\sqrt{2} \times \pi \times 115}{0,802 \times 4 \times 1,06}$

$$U_B = 150 \text{ V}$$

## II. Etude de l'action du filtre sur $V_{MN}$

1. La pulsation du fondamental vaut :  $\omega = 2\pi \cdot 400 = 2513 \text{ rad.s}^{-1}$ . Celle du 13<sup>ème</sup> harmonique vaut :  $13\omega = 32673 \text{ rad.s}^{-1}$ . Les expressions des impédances sont :

$$\underline{Z}_{C13} = \frac{1}{j13C\omega} \text{ et } \underline{Z}_{L13} = j13L\omega$$

$$\underline{Z}_{C13} = \frac{1}{13C\omega} = 1,4 \Omega ; \underline{Z}_{L13} = 13L\omega = 15,3 \Omega$$

2. On constate que  $Z_{C13} \ll R$  donc la capacité "court-circuite" la résistance pour la fréquence du 13<sup>ème</sup> harmonique et à fortiori toutes les fréquences supérieures. On peut donc considérer que le schéma de la figure 6a est effectivement équivalent à celui de la figure 6b pour tous les harmoniques de rang supérieur ou égal à 13.

3. Appliquons le principe du diviseur de tension aux impédances du schéma de la figure 6b :

$$\frac{V_{sn}}{V_n} = \frac{\underline{Z}_{Cn}}{\underline{Z}_{Cn} + \underline{Z}_{Ln}} = \frac{\frac{1}{jCn\omega}}{\frac{1}{jCn\omega} + jLn\omega} = \frac{1}{1 + j^2 n^2 LC\omega^2} = \frac{1}{1 - n^2 LC\omega^2}$$

Le rapport est un réel. Le rapport des valeurs efficaces est donc la valeur absolue de ce nombre.

4. Il suffit de prendre la valeur absolue de la formule établie précédemment (question II.3) pour  $n = 13$ . On obtient :

$$\frac{V_{s13}}{V_{13}} = \left| \frac{1}{1 - 13^2 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6} - 3,22 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 400)^2} \right| \approx \frac{1}{10}$$

Pour  $n > 13$  :

$$\frac{V_{sn}}{V_n} = \left| \frac{1}{1 - n^2 LC\omega^2} \right| \approx \frac{1}{n^2 LC\omega^2} < \frac{1}{13^2 LC\omega^2} \approx \frac{1}{10}$$

5. On a par définition :  $d_{g_{Vs}} = \frac{\sqrt{V_s^2 - V_{s1}^2}}{V_{s1}} = \frac{\sqrt{\sum_{n>1} V_{sn}^2}}{V_{s1}}$ .

Sachant que  $\frac{V_{sn}}{V_n} < \frac{1}{10}$  pour  $n \geq 13$ , on peut considérer que  $V_{sn}^2 < \frac{V_n^2}{100}$  donc que :

$$\sqrt{\sum_{n>1} V_{sn}^2} < \sqrt{\sum_{n>1} \frac{V_n^2}{100}} = \frac{\sqrt{\sum_{n>1} V_n^2}}{10}$$

Comme  $V_{s1} \approx V_1$  ( $V_{s1} = 1,06 V_1$ ), on a

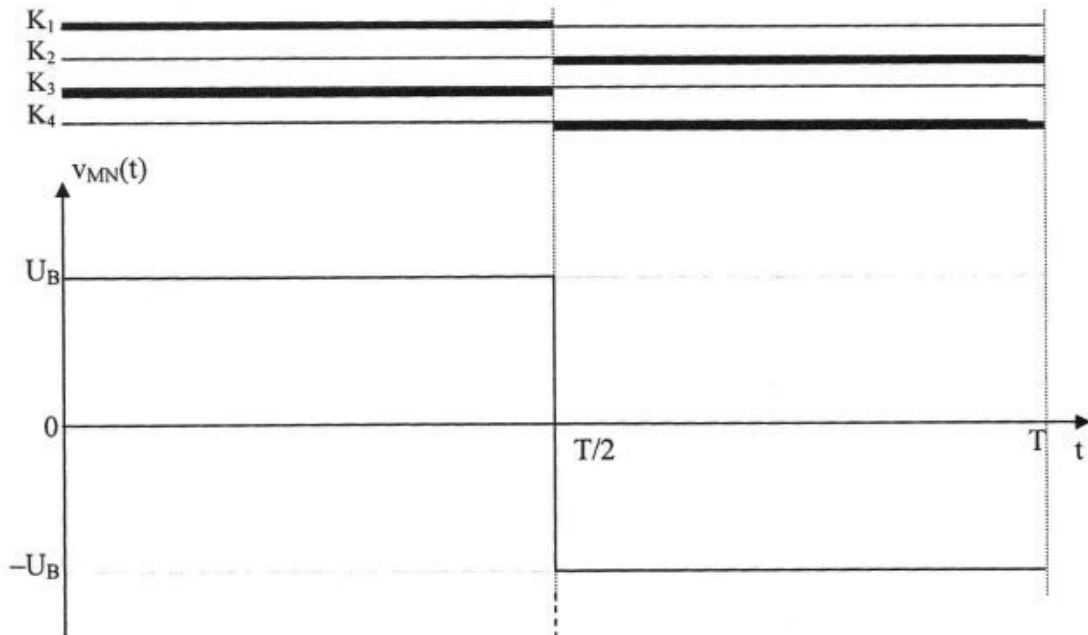
$$d_{g_{vs}} = \frac{\sqrt{\sum_{n>1} V_{sn}^2}}{V_{s1}} \approx \frac{\sqrt{\sum_{n>1} V_{sn}^2}}{V_1} < \frac{\sqrt{\sum_{n>1} V_n^2}}{10V_1} = \frac{d_g}{10} \approx \frac{0,49}{10} = 0,049$$

On a bien :  $d_{g_{vs}} < 5\%$ .

**III.** Si le produit LC est dix fois plus grand, cela va nécessiter une inductance et une capacité plus grandes et donc un plus gros encombrement du dispositif, d'où l'avantage de la MLI.

Document réponse n° 1 a

Les parties en trait épais correspondent à l'état fermé des interrupteurs  
Les parties en trait fin correspondent à l'état ouvert des interrupteurs.



Document réponse n° 1 b

