

Semien 1999

Remarque : Dans les notations employées la définition donnée pour φ est incohérente avec l'écriture $\varphi = (\vec{I}, \vec{V})$ et le schéma de Fresnel associé.
 Nous devrions lire : φ : déphasage de v par rapport à i .

PARTIE A : Equilibrage d'une charge monophasée utilisée sur un réseau triphasé.

A1 - Etude des perturbations : Four à résistance sans circuit d'équilibrage.

$$\text{Si } \varphi = (\vec{I}_{RS}, \vec{U}_{RS}) \text{ est introduit par } R \Rightarrow \underline{\underline{\varphi = 0}}$$

Comme, dans une résistance, $P = U_{RS} \cdot I_{RS}$, si $P = 104 \text{ kW}$ et $U = 400 \text{ V} \Rightarrow I_{RS} = 260 \text{ A}$
 les valeurs efficaces de i_{R1} et i_{S1} sont donc égales $\left\{ \begin{array}{l} I_{R1} = I_{S1} = 260 \text{ A} \\ I_{T1} = 0 \end{array} \right.$
 et celle de i_{T1} est nulle

Comme on a, en valeur instantanée, $i_{R1} = i_{RS}$ et $i_{S1} = -i_{RS}$:

La phase à l'origine de i_{R1} , c'est à dire $(\vec{U}_{RS}, \vec{I}_{R1}) = (\vec{U}_{RS}, \vec{I}_{RS}) = 0$
 La phase à l'origine de i_{S1} , c'est à dire $(\vec{U}_{RS}, \vec{I}_{S1}) = (\vec{U}_{RS}, \vec{I}_{RS}) \pm 180^\circ = \pm 180^\circ$
 La phase à l'origine de i_{T1} est indéterminée, puisque $I_{T1} = 0$.

D'où le diagramme de Fresnel sur le document référencé 1 a)

Sur ce diagramme $\varphi_{R1} = 0$ (et φ_{T1} éventuellement) ne sont pas représentés

J'ai choisis $\varphi_{S1} = +180^\circ$

A2 - Correction des perturbations : Four à résistance avec circuit d'équilibrage.

A21 - Valeurs de C_w et L_w : Sur le schéma figure 2, on voit que L et C sont sous la tension entre phases $U = 400 \text{ V}$.

$$L \text{ consomme } \frac{U^2}{L_w} = 60 \text{ kvar} \quad \text{et } C \text{ fournit } U^2 C_w = 60 \text{ kvar}$$

$$\text{On en déduit : } \underline{\underline{\left\{ \begin{array}{l} L_w = 2,67 \Omega \\ C_w = 0,375 \text{ Siemens} \end{array} \right.}}$$

A22 - On rectifie sans difficulté l'appellation de φ_{S2} (déphasage au lieu de biphasage). $I_{S2} = U C_w \Rightarrow \underline{\underline{I_{S2} = 150 \text{ A}}}$

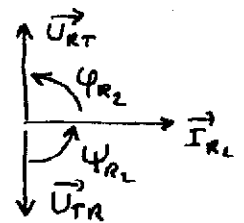
Dans un condensateur, en convention récepteur, le courant est en avance sur la tension de 90° . D'après la définition $\varphi_{S2} = (\vec{I}_{S2}, \vec{U}_{ST}) \Rightarrow \varphi_{S2} = -90^\circ$.

Remarque : Si on dit : "comment est i_{S2} par rapport à u_{ST} ?".

On répond : " i_{S2} est en avance de 90° par rapport à la tension u_{ST} ". Il paraît normal de dire alors : "le déphasage de i_{S2} par rapport à la tension u_{ST} vaut $+90^\circ$ ", le signe + étant, assez intuitivement, associé à une avance. L'erreur du texte est regrettable mais on pourra facilement admettre comme convenable une réponse de signe contraire (dans le cas de φ_{S2}) pourvu que l'ensemble du Pb soit cohérent.

Le courant $I_{R2} = \frac{U_{RT}}{L\omega} \Rightarrow \underline{I_{R2}} = 150A$

le déphasage $\varphi_{R2} = (\vec{I}_{R2}, \vec{U}_{RT}) \Rightarrow \varphi_{R2} = +90^\circ$



D'après la définition de l'angle φ on doit écrire $\varphi_{R2} = (\vec{U}_{TR}, \vec{I}_2)$

On voit bien sur le schéma de Fresnel ci-dessus que $\varphi_{R2} = +90^\circ$.

D'où le diagramme de Fresnel sur le document réponse 1b)

D'après le schéma figure 2, $\vec{I}_{R2} + \vec{I}_{S2} + \vec{I}_{T2} = 0 \Rightarrow \vec{I}_{T2} = -(\vec{I}_{R2} + \vec{I}_{S2})$

On voit que \vec{I}_{T2} sera en quadrature avant sur \vec{U}_{RS} ,

$\Rightarrow \underline{I_{T2}} = 150A$ et $\varphi_{T2} = -90^\circ$.

A23- Pour le schéma de la figure 3 on peut écrire, à partir des résultats précédents : $i_{R3} = i_{R1} + i_{R2}$ etc

$\Rightarrow \underline{I_{R3}} = \underline{I_{R1}} + \underline{I_{R2}}$. En complexe associé $\Rightarrow \underline{I_{R3}} = 150A \angle -150^\circ$

de $\underline{I_{S3}} = \underline{I_{S1}} + \underline{I_{S2}} \Rightarrow \underline{I_{S3}} = 150A \angle -30^\circ$

de $\underline{I_{T3}} = \underline{I_{T2}} + \underline{I_{T1}} \Rightarrow \underline{I_{T3}} = 150A \angle +90^\circ$

\Rightarrow document réponse 1c)

Finalement $\underline{I_{R3}} = \underline{I_{S3}} = \underline{I_{T3}} = 150A$

et $\varphi_{R3} = -30^\circ$; $\varphi_{S3} = -150^\circ$ et $\varphi_{T3} = +90^\circ$

Et on aura pour les puissances :

$\underline{P = 104 \text{ kW}} \text{ et } \underline{Q = 0 \text{ kvar}}$.

PARTIE B : Compensation de puissance réactive à l'aide d'une machine synchrone.

B1. Etude des perturbations

B1.1. Intensités

Une charge équilibrée consommant P kW avec un facteur de puissance k en alimentation 3v équilibrée de tension entre 2 lignes U absorbe un courant en ligne I tel que $P = U\sqrt{3} I \cdot k$

Soi $P = 50 \text{ kW}$, $U = 400 \text{ V}$ et $k = 0,76 \Rightarrow \underline{I = 95 \text{ A}}$

Une charge équilibrée alimentée par un réseau triphasé équilibré absorbe des courants en ligne constituant un système triphasé équilibré.

\Rightarrow le courant dans le neutre est nul $\Rightarrow \underline{I_N = 0 \text{ A}}$.

B1.2. Résistances des câbles.

Compte tenu des données la résistance de chaque câble conducteur est calculable par $R = \rho \frac{l}{S}$.

\Rightarrow les câbles constituant les conducteurs de ligne : $R_{\text{phase}} = 2,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{850}{35 \cdot 10^{-6}}$

le câble constituant le conducteur neutre : $R_{\text{neutre}} = 2,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{850}{10 \cdot 10^{-6}}$

$\Rightarrow \underline{R_{\text{phase}} = 0,656 \Omega}$ et $\underline{R_{\text{neutre}} = 2,30 \Omega}$.

B1.3. Pertes par effet Joule : P_J

Avec $R_{\text{phase}} = 1 \Omega$ et avec $P_J = 3 \cdot R_{\text{phase}} I^2 \Rightarrow \underline{P_J = 27,1 \text{ kW}}$ puisque le neutre n'est parcouru par aucun courant.

Remarque : Cette valeur est à comparer à 50 kW de "charge utile". Elle peut être améliorée (abaissée) en diminuant I donc en abaissant le facteur de puissance.

B2. Correction des perturbations

B2.1. Paramètres du modèle.

B2.1a - Coefficient β

Puisque le modèle retenu est celui de Behn-Eschenburg, par définition de ce modèle, sa caractéristique à vide coïncide avec la tangente à l'origine

de la caractéristique à vide de la machine réelle. Lorsque cette caractéristique est décrite par un tableau de valeurs, on convient que la tangente à l'origine est la droite passant par l'origine des axes et le premier point du tableau de valeurs (après 0). Donc ici la tangente passe par les points de coordonnées $[0;0]$ et $[0,05A; 41,5V]$. Alors $\beta = \frac{41,5}{0,05} \Rightarrow \beta = 0,8310^3 \text{ VA}^{-1}$.

Remarque : Ici, tous les points du tableau sont alignés. C'est gentil pour les candidats au BTS mais bien artificiel!

B21b - Valeur de X_s .

Si on réalise un court-circuit symétrique sur les 3 phases, on peut utiliser le schéma ramené à 1 phase pour étudier le court-circuit.

En appelant E_{Vcc} la fem correspondant à $I_c = 0,38A$ on sait qu'alors le courant I vaut $I_{cc} = 70A$. Comme alors $V = 0$ on obtient, d'après le schéma de la figure 4 :

$$\frac{E_{Vcc}}{I_{cc}} = \sqrt{R^2 + X_s^2}$$

Avec $E_{Vcc} = \beta \cdot 0,38 \Rightarrow \sqrt{R^2 + X_s^2} = 4,51$ avec $R = 0,1\Omega \Rightarrow \underline{X_s = 4,51\Omega}$

Ce qui justifie bien la valeur de l'énoncé : $X_s = 4,5\Omega$

Remarque : On aurait pu faire un calcul "approche" en signalant qu'on allait le faire et en vérifiant le bien-fondé de l'approximation a posteriori. Cela donne :

En pratique $X_s \gg R$. Alors, dans l'essai en court-circuit :

$$E_{Vcc} \approx X_s I_{cc} \Rightarrow X_s \approx \frac{\beta \cdot 0,38}{70} \Rightarrow X_s \approx 4,51\Omega$$

montre le calcul approche

On vérifie bien l'approximation faite $(4,51 \gg 0,1) \Rightarrow X_s = 4,5\Omega$

Si on néglige R , les pertes méca et les pertes fer, le rendement de la machine (excitation non corrigée) est égal à 1

B22 - Compensateur synchrone.

Si la machine, convenu récepteur comme l'indique la figure 4, absorbe un courant en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur la tension simple correspondante, elle est vue "comme une batterie de 3 condensateurs en étoile" par le réseau.

Elle fournit donc au réseau la puissance réactive $3VI$

B22a - Si les lampes absorbent 50 kW avec un facteur de puissance de $0,76$ inductif elles consomment la puissance réactive :

$$Q_{\text{lampes}} = P \cdot \tan(\arccos 0,76) \Rightarrow \underline{Q_{\text{lampes}} = 42,8 \text{ kvar}}$$

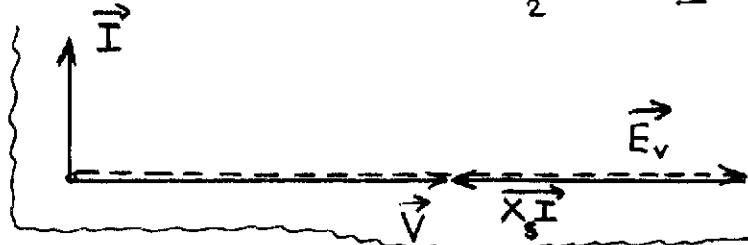
La machine synchrone doit fournir cette puissance \Rightarrow

$$\text{alors } 3VI = 42,8 \cdot 10^3 \Rightarrow \underline{I = 61,7 \text{ A}}$$

B22b - D'après la figure 4, en négligeant R , il vient en écrivant la loi de la maille : $\underline{V} = \underline{E}_v + jX_s \underline{I}$

$$\text{Avec } X_s = 4,5 \Omega \text{ on peut encore écrire : } \underline{V} = \underline{E}_v + j4,5 \underline{I}$$

Diagramme de Fresnel équivalent. Nous savons que \vec{I} est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur \vec{V} . Comme $X_s \vec{I}$ sera en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur \vec{I} on aura de manière qualitative :



Remarques : 1) On peut noter les vecteurs en utilisant la notation complexe.

$$\Rightarrow \vec{I} \text{ devient } \underline{I} ; \vec{V} \rightarrow \underline{V} ; \vec{E}_v \rightarrow \underline{E}_v \text{ et } \vec{X}_s \vec{I} \rightarrow jX_s \underline{I}$$

2) On remarquera que $\vec{X}_s \vec{I}$ n'est pas $X_s \cdot \vec{I}$

Généralement $\vec{Z} \cdot \vec{I}$ désigne la chute de tension, en convention récepteur, provoquée par le passage du courant dans l'impédance. Pour dessiner $\vec{Z} \vec{I}$ connaissant \vec{I} , il faut connaître le déphasage introduit par l'impédance Z . Cette notation est, à mon avis, dangereuse car les chutes de tension dans une résistance R et dans une réactance inductive X s'écrivent respectivement $\vec{R} \vec{I}$ et $\vec{X} \vec{I}$ (donc de manière très semblable) mais $\vec{R} \vec{I}$ sera en phase avec \vec{I} et $\vec{X} \vec{I}$ sera en quadrature avant. Il me semble préférable d'utiliser les notations complexes associées sans ne rien oublier car $X_s \underline{I}$ et $jX_s \underline{I}$ n'ont rien de commun (à part leur module, bien sûr).

B22c - Valeur de I_e .

D'après le diagramme de Fresnel on a, en module, $E_v = V + X_s I$

$$\text{Avec } V = 230V \text{ et } I = 61,7A \Rightarrow E_v = 508V \Rightarrow \underline{I_e = 0,612A}$$

B23 - Amélioration du facteur de puissance à l'aide de la mach. synch.

B23a - Courant dans les câbles de phase.

L'ensemble "vu" par le réseau (lamps + mach synch, en parallèle) va donc consommer 50 kW, sans mettre en jeu de réactif puisque la puissance réactive fournie par la machine synchrone égale exactement la puissance réactive absorbée par les lamps et que la machine synchrone fonctionnant à vide et n'ayant pas de pertes ne met en jeu aucune puissance active.

Le réseau "voit" donc un récepteur de facteur de puissance = 1.

Le nouveau courant en ligne I' est donc donné par :

$$\sqrt{3} \cdot U \cdot I' = 50000 \Rightarrow \underline{I' = 72,2A}$$

B23b - Nouvelles pertes en ligne.

L'ensemble est toujours équilibré. Le courant dans le neutre est donc toujours nul. Alors $p'_J = 3 \cdot R_{\text{phase}} \cdot I'^2 \Rightarrow \underline{p'_J = 15,6 \text{ kW}}$

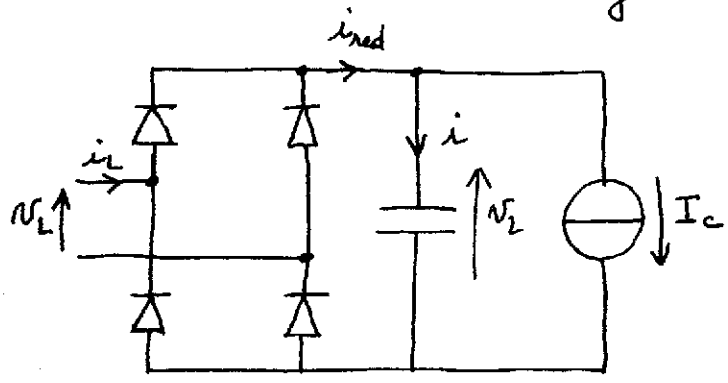
On remarque bien que ces pertes sont inférieures à celles trouvées en B13 ce qui est recherché quand on procède à un relèvement du facteur de puissance. Même si une erreur de calcul est possible, la cohérence des résultats doit toujours être respectée si on ne veut pas être trop pénalisé dans une copie d'examen!

B23c - Diminution des pertes en ligne.

En laissant de côté l'aspect économique puisque $p_J = 3 \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot I^2$ on peut diminuer p_J en diminuant ρ (Cu à la place d'Al) en diminuant l (modification du poste de transformation) en augmentant S ou en diminuant I . Pour I , on est déjà au minimum. On peut aussi cumuler les actions.

PARTIE C : Alimentation continue en monophasé.

Après lecture de la mise en situation faite par le texte on peut dessiner le schéma du montage étudié :



On suppose les éléments parfaits.

* Remarques et calculs préliminaires

Equations toujours vraies : $i_{red} = i + I_c$

$$i_{red} = |i_L| \quad i = C \frac{dv_2}{dt}$$

Equations vraies si le pont conduit :

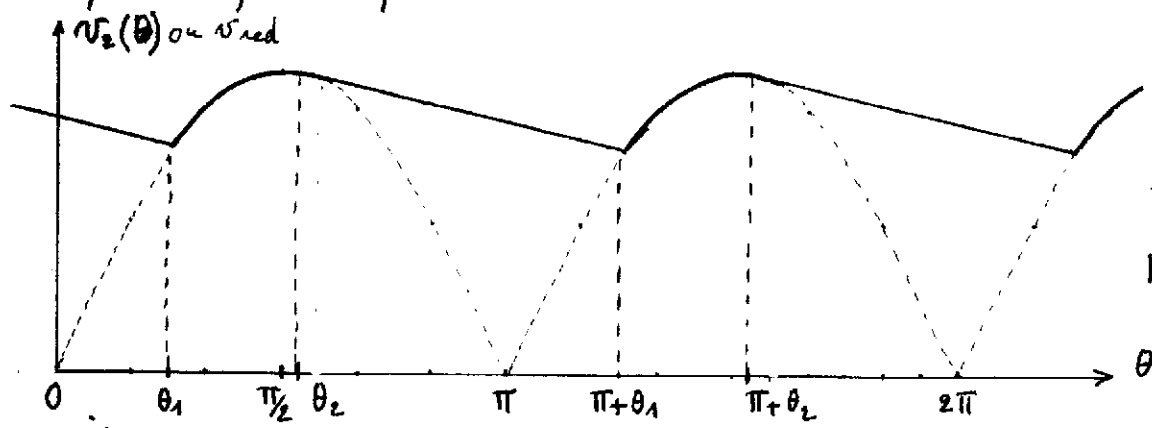
$$v_2 = |v_L| \text{ et } i_{red} \geq 0$$

Equations vraies si le pont est bloqué :

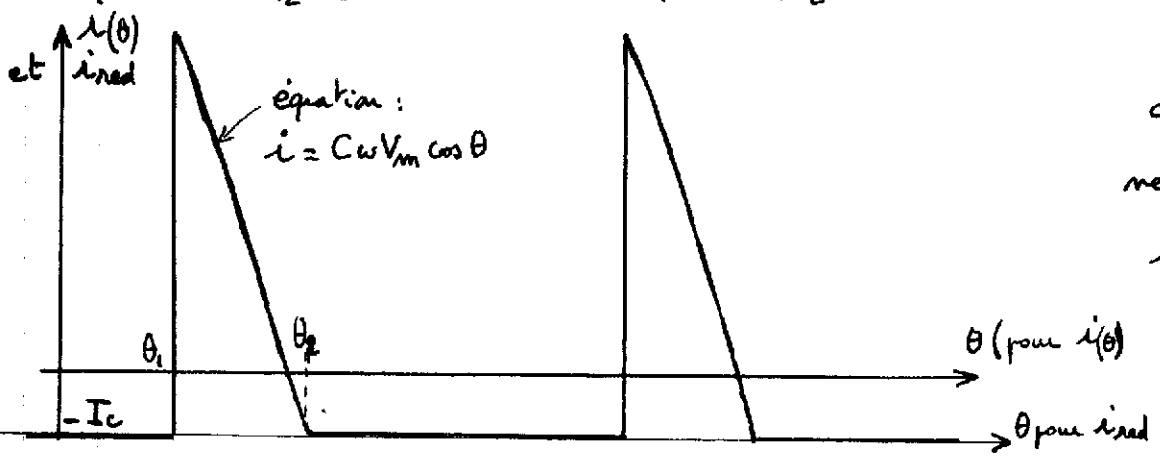
$$i_{red} = 0 \text{ et } v_2 > |v_L|$$

Quand le pont est bloqué, le condensateur se décharge à courant constant (I_c) $\Rightarrow v_2(t)$ est une portion de droite de pente décroissante.

Quand le pont conduit, le réseau impose $v_2 = |v_L| \Rightarrow v_2(t)$ est une portion de sinusoïde. Dessinons $v_2(t)$ sur quelques périodes en remarquant que le "raccord" entre la sinusoïde et la droite, à la fin de la conduction du pont se fait à pente constante



On voit bien que θ_1 et θ_2 ne sont pas symétriques par rapport à $\frac{\pi}{2}$



On voit bien que $i_{red} = |i_L|$ ne ressemble pas à $i_L(\theta)$ du texte.

Celui-ci, comme il l'indique simplifie les choses.

Sur une période, la charge de C ne varie pas $\Rightarrow I_{moy} = 0$

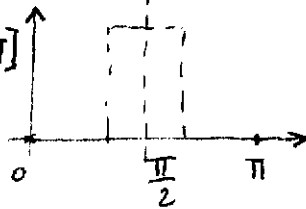
C1 - Etude du courant d'entrée.

C11 - Suite à ce qui vient d'être dit, le tracé de $v_L(\theta)$, s'il s'appuie sur l'allure de $i_L(\theta)$ ne peut pas être convenable. On fera donc "pour le mieux" : coïncidence avec les sinusoides près du maxi et légère décroissance de $v_L(\theta)$ qd le pont est bloqué.

C12 - Etude du courant

• Amplitude du fondamental. D'après $i_L(\omega t)$, pour $k=0$ ($p=1$) on obtient :
$$I_{L1m} = \frac{4}{\pi} I_m \cos \alpha$$

• les harmoniques pairs sont nuls car la fonction v admet une symétrie à $\frac{\pi}{2}$ dans l'intervalle $[0, \pi]$



C13 - Influence de C

Si I_c est constante, l'augmentation de C se traduira par une diminution de l'ondulation de $v_L(\theta)$ donc une diminution de l'intervalle de conduction $(\alpha, \pi - \alpha)$. Comme, en moyenne, la charge de C ne varie pas il y aura donc augmentation de l'amplitude I_m de la pointe du courant.

C2 - Facteur de puissance.

C21 - Fondamental de i_{L1} . Son amplitude est : $\frac{4 I_m \cos \alpha}{\pi}$

Sur la courbe on mesure $\pi - 2\alpha \approx \frac{8}{30} \pi \Rightarrow \alpha \approx 1,15 \text{ rad} \Rightarrow I_{L1 \text{ max}} \approx 0,5 I_m$.

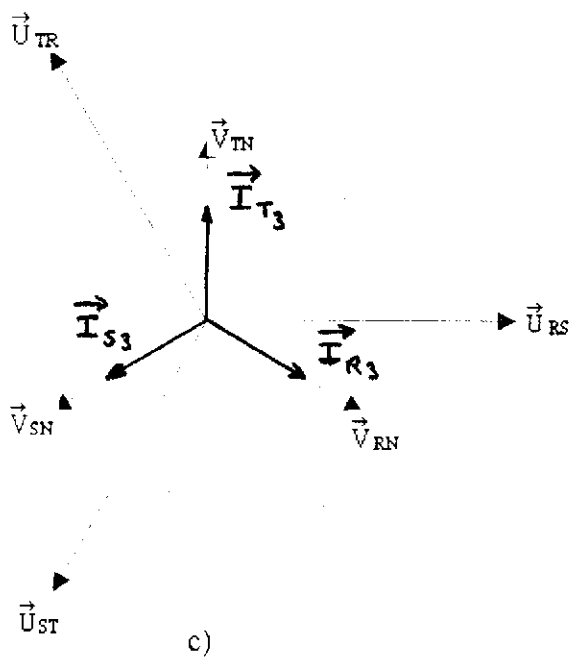
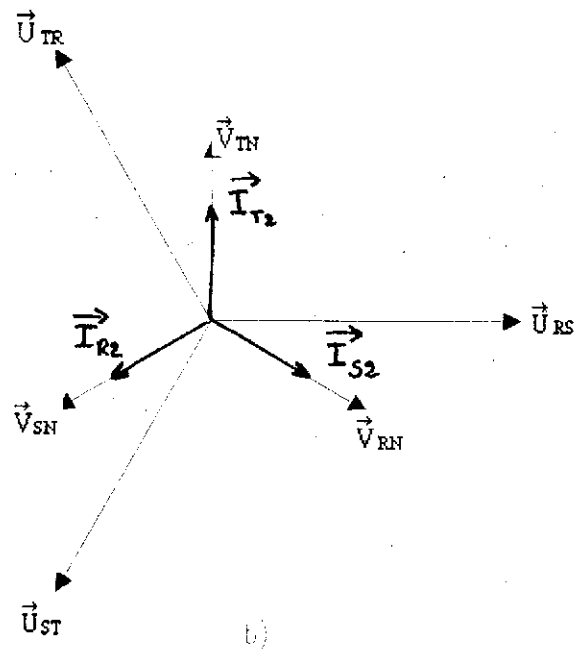
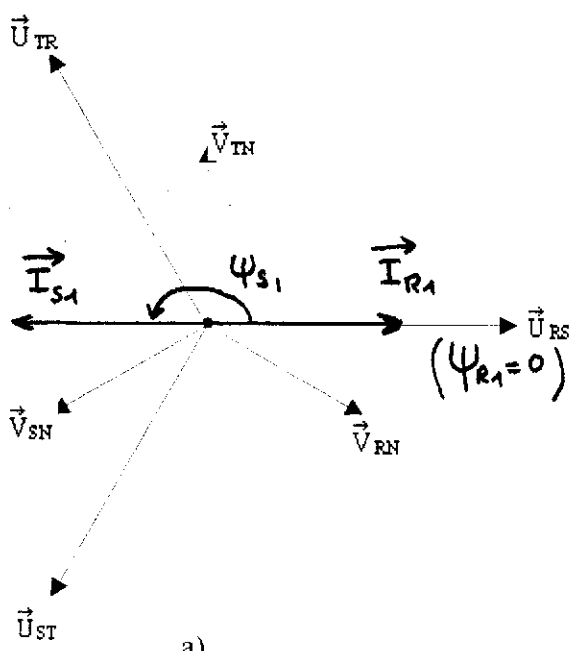
D'où le tracé de l'allure du fondamental de i_{L1} sur document réponse n°2.

C22 - Puissance réactive : Q_L

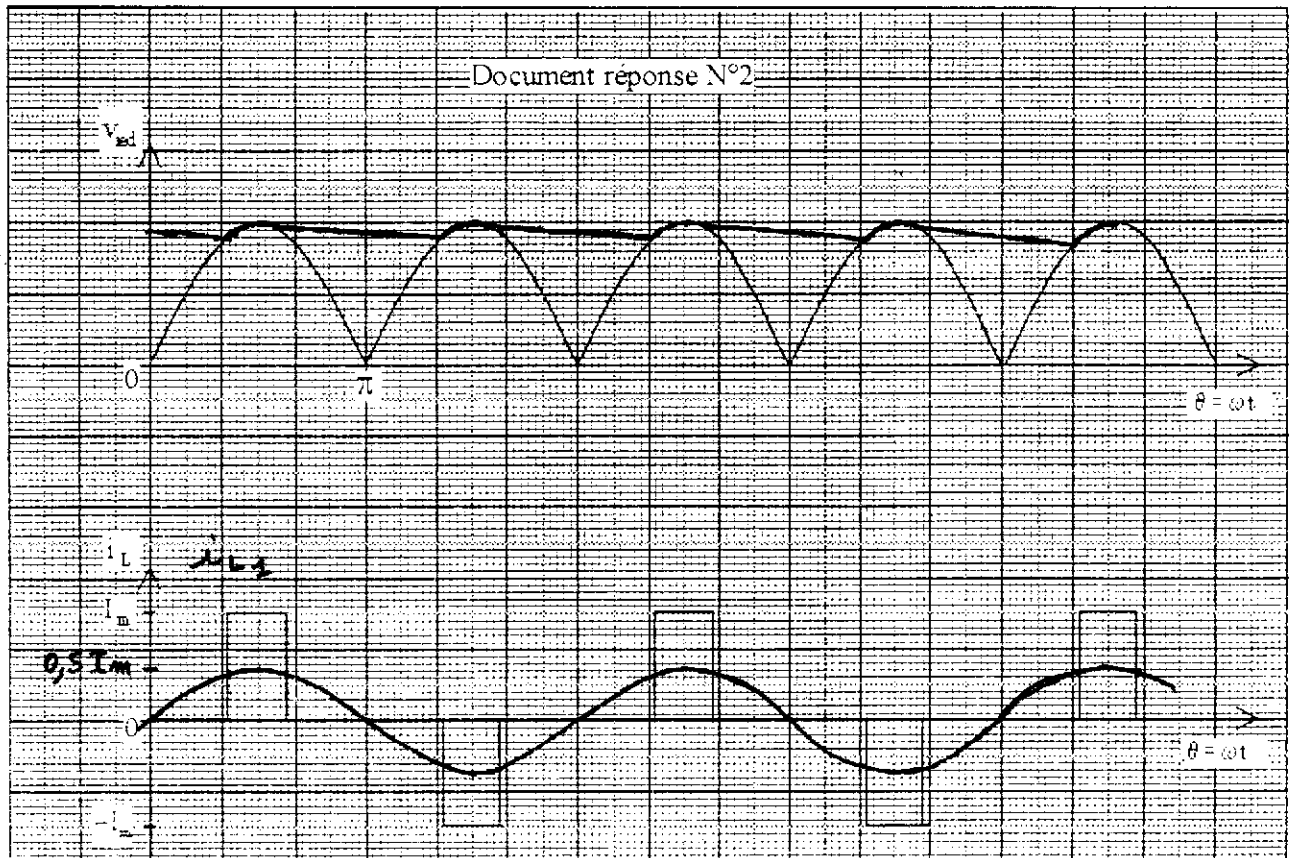
La tension délivrée par le réseau électrique est purement sinusoidale. Les puissances active et réactive mises en jeu sont donc dues au seul harmonique du courant en ligne i_L ayant la même fréquence que le réseau. La puissance réactive mise en jeu est ici nulle, le fondamental du courant étant en phase avec la tension réseau. $\Rightarrow \underline{Q_L = 0}$

C3 - Valeur efficace du courant de ligne.

Par définition :
$$I_L^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_L^2 d\theta$$
 (suite au bas du doc réponse n°2)



Echelle :
 1cm : 100A
 1cm : 100V



On voit que l'on peut écrire $I_L^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i_L^2 d\theta$

Soit : $I_L^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} I_m^2 d\theta \Rightarrow I_L^2 = I_m^2 \frac{\pi-2\alpha}{\pi}$

$$\Rightarrow \left\{ I_L = I_m \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}} \right.$$

C4. Puissance active . D'après le tracé de i_L , on déduit $\varphi_1 = 0$

La puissance active est $P = V_L I_{L1}$. A partir du développement en série de Fourier de i_L on déduit $I_{L1} = \frac{4I_m \cos \alpha}{\pi \cdot \sqrt{2}}$

Le facteur de puissance est par définition le rapport de la puissance active à la puissance apparente $\Rightarrow k = \frac{P}{V_L \cdot I_L} \Rightarrow k = \frac{I_{L1}}{I_L}$

En utilisant les valeurs calculées précédemment : $k = \frac{4I_m \cos \alpha}{\pi \cdot \sqrt{2}} \frac{1}{I_m \sqrt{1 - \frac{2\alpha}{\pi}}}$

$$\text{Finalement } \left\{ k = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi(\pi-2\alpha)}} \cos \alpha \right.$$

Le facteur de puissance n'est pas égal à 1 du fait des harmoniques

C5 - Applications numériques : On trouve $\left\{ I_L = 0,47 \text{ A} \right\} \left\{ I_{L1} = 0,31 \text{ A} \right.$

Alors $\left\{ P = 71 \text{ W} \right.$ et $\left\{ k = 0,65 \right.$

Quand $C \uparrow$ on a vu que $\alpha \uparrow \Rightarrow \cos \alpha \downarrow$ plus vite que $\pi - 2\alpha \Rightarrow k$ diminue