Corrigé 7

A- Fonctionnement à la résonance

1.

– Pour t $\in [0,\frac{T}{16}]$, $[\frac{T}{8},\frac{3T}{8}]$, $[\frac{7T}{16},\frac{T}{2}]$: K_1 et K_3 sont passants. La diode D_1 est bloquée et :

$$i_s = i\,,\ u = E$$

– Pour t $\in [\frac{T}{16},\frac{T}{8}]$, $[\frac{3T}{8},\frac{7T}{16}]$: K_1 est passant et K_3 est bloqué. La diode D_1 est passante et :

$$i_s = 0\,,\ u = 0$$

Les chronogrammes de u et i_S sont représentés sur le document réponse n° 1.

2. L'amplitude de i est $50\sqrt{2}$, sa fréquence est f_0 (200 Hz). Son équation horaire est alors :

$$\boxed{i(t) = 50\sqrt{2}\sin(2\pi f_0 t)}$$

3. Il s'agit d'écrire la définition de la valeur moyenne, sachant que le courant i_s fourni par la source est le même sur les deux demi périodes :

$$\boxed{i_{smoy} = \langle i_s \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T i_s(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} i_s(t)dt}$$

En posant θ = ωt, ce qui revient à remplacer T par 2π, cette expression devient :

$$\boxed{i_{smoy} = \langle i_s \rangle = \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi} i_s(\theta)d\theta}$$

Il s'agit à présent d'expliciter $i_s(\theta)$ sur $[0, \pi]$ en décomposant l'intégrale sur plusieurs intervalles.

– Pour t $\in [0,\frac{T}{16}]$, $[\frac{T}{8},\frac{3T}{8}]$, $[\frac{7T}{16},\frac{T}{2}]$ soit pour $\theta \in [0,\frac{\pi}{8}]$, $[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}]$, $[\frac{7\pi}{8},\pi]$: $i_s = i$.

– Pour t$\in [\frac{T}{16},\frac{T}{8}]$, $[\frac{3T}{8},\frac{7T}{16}]$, soit pour $\theta \in [\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{4}]$, $[\frac{3\pi}{4},\frac{7\pi}{8}]$: $i_s = 0$.

On a alors :

$$i_{smoy} = \frac{1}{\pi}\left(\int_0^{\frac{\pi}{8}} 50\sqrt{2}\sin(\theta)d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} 50\sqrt{2}\sin(\theta)d\theta + \int_{\frac{7\pi}{8}}^{\pi} 50\sqrt{2}\sin(\theta)d\theta\right)$$

Après calculs, on trouve :

$$\boxed{i_{smoy} = 35{,}2 \text{ A}}$$

4. La tension fournie par la source est continue, donc seule la valeur moyenne de i_s intervient dans l'expression de la puissance : $P_s = Ei_{smoy}$.

Application numérique : $P_s = 200 \times 35{,}2 = 7$ kW.

$$\boxed{P_s = 7 \text{ kW}}$$

5. Pour l'autre moitié de la période, on a un dispositif similaire symétrique (cf. document réponse n° 2, figure 7). L'interrupteur K_2 remplit la fonction équivalente à K_1 pour l'alternance négative du courant. Il sera fermé durant toute cette demi période.

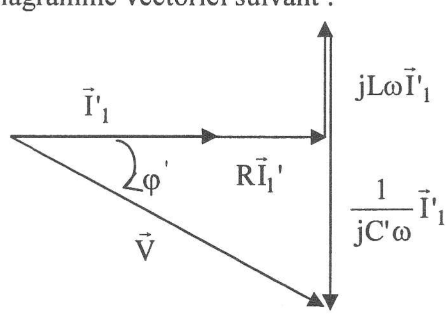
B- Fonctionnement sur charge capacitive

1. Le fondamental du courant est à présent en avance sur la tension. On appelle $\underline{Z}'$ l'impédance complexe du four (R, L) en série avec la nouvelle capacité C', Z' son module et φ' son argument. φ' est le déphasage entre le fondamental du courant et la tension (φ' < 0).

La relation entre les valeurs complexes associées est :

$$\underline{V} = R\underline{I}'_1 + jL\omega\underline{I}'_1 + \frac{1}{jC'\omega}\underline{I}'_1$$

Ce qui donne le diagramme vectoriel suivant :



Les relations de trigonométrie permettent d'écrire :

$$\tan(\varphi') = \frac{L\omega - \frac{1}{C'\omega}}{R} = \tan(-18°)$$

Soit encore : $\tan(\varphi') = \dfrac{LC'\omega^2 - 1}{RC'\omega}$.

On en déduit l'expression littérale de C' :

$$\boxed{C' = \frac{1}{L\omega^2 - R\omega\tan(\varphi')}}$$

Application numérique :

$$C' = \frac{1}{0,3 \times (2\pi \times 200)^2 - 2,8 \times 2\pi \times 200 \times \tan(-18°)} = 2,1 \quad \mu F$$

$$\boxed{C = 2,1\ \mu F}$$

Remarque : il y a une différence de 100 pF entre C et C'.
– Le module de $\underline{Z}'$ vaut :

$$Z' = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C'\omega})^2}$$

Sachant que : $R\tan(\varphi') = L\omega - \dfrac{1}{C\omega}$:

$$Z' = \sqrt{R^2 + R^2\tan^2(\varphi')} = R\sqrt{1+\tan^2(\varphi')}$$

Application numérique : $Z' = 2,8 \times \sqrt{1+\tan^2(-18°)} = 2,94 \quad \Omega$

$$\boxed{Z' = 2,94\ \Omega}$$

On peut ainsi déterminer la valeur efficace du fondamental de i' : $I_1' = \dfrac{V_1}{Z'}$.

Application numérique : $I'_1 = \dfrac{141}{2,94} = 48 \quad A$

$$I_1' = 48 \quad A$$

Remarque : I'_1 diffère peu de I_1.
Seul le fondamental de la tension véhicule de la puissance puisqu'on maintient le courant sinusoïdal dans la charge. L'expression de P est :

$$P = V_1 I_1' \cos(\varphi')$$

Application numérique : $P = 141 \times 48 \times \cos(-18°) = 6,4$ kW

$$\boxed{P = 6,4\ kW}$$

2. Le courant a de l'avance sur la tension (cf. document réponse n° 2).
Les interrupteurs sont unidirectionnels. Or, ils doivent ici pouvoir recevoir un courant négatif, il faut donc les modifier. On peut les coupler avec une diode en opposition par exemple.

Document réponse n° 1

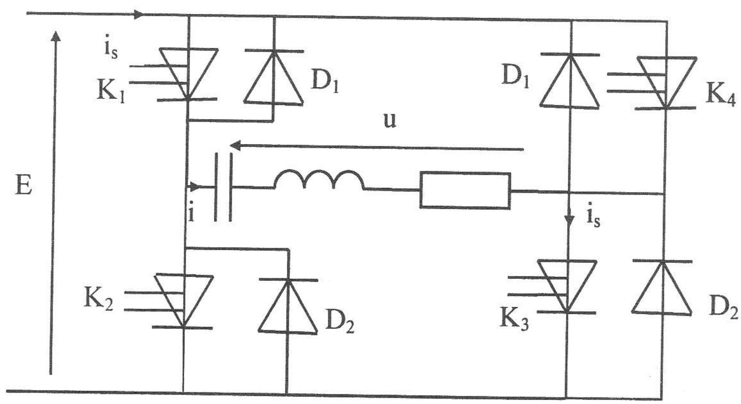


Figure 7.2

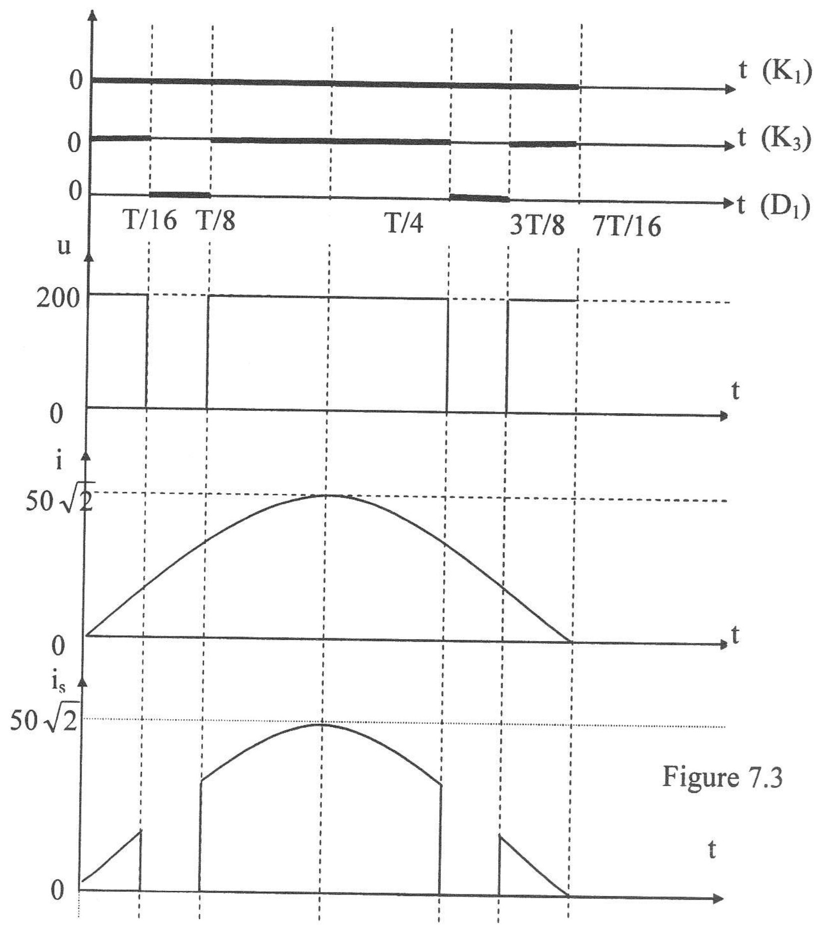


Figure 7.3

Document réponse n° 2

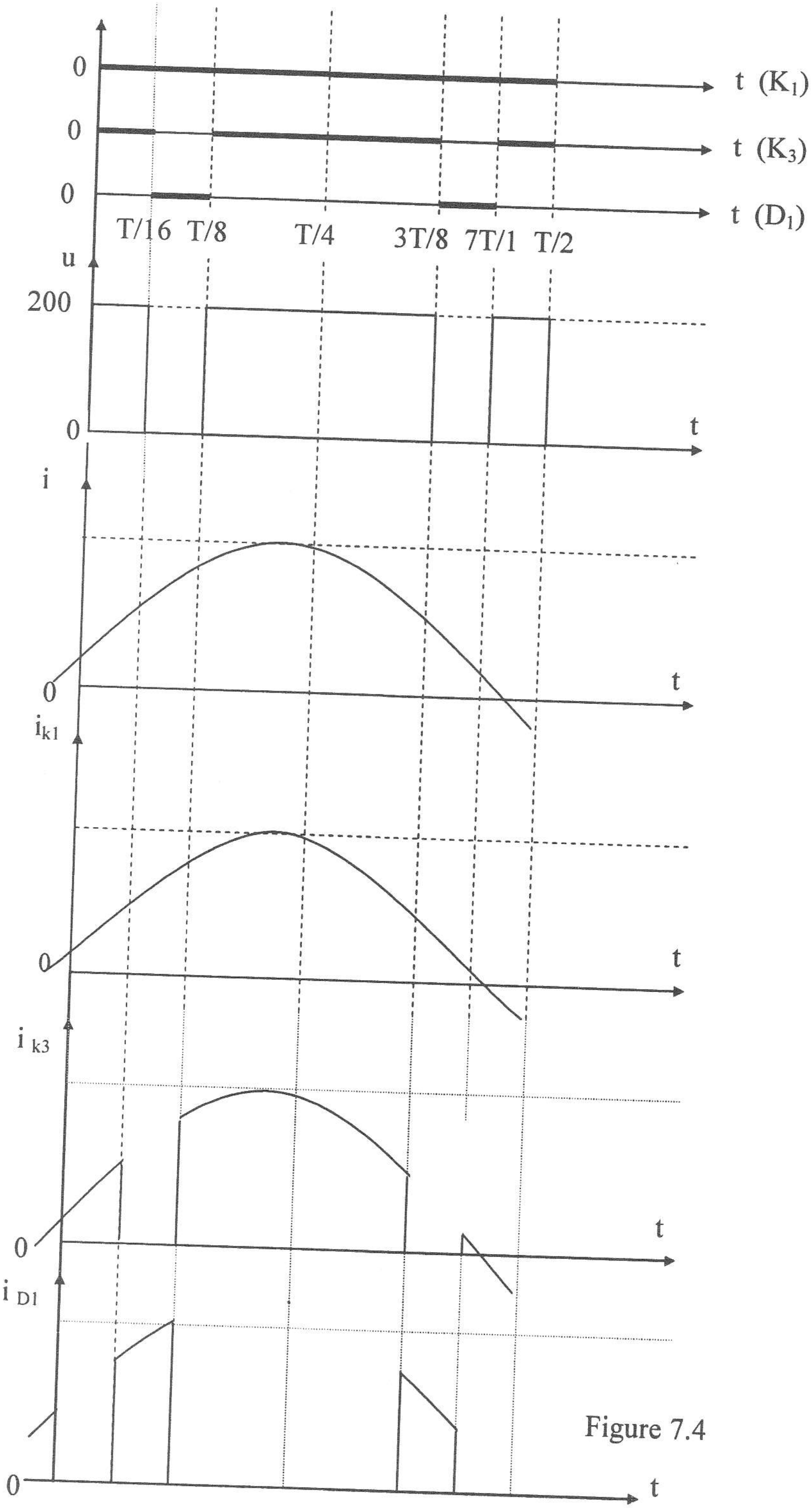


Figure 7.4